S1G1 Gewöhnliche Differentialgleichungen

André Schlichting, Sebastian Throm

19. Januar 2015

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Vorgänge deren zeitliche Änderungen vom aktuellen Zustand abhängt.
Anwendungen in Natur, Technik, Ökonomie, ...

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Vorgänge deren zeitliche Änderungen vom aktuellen Zustand abhängt.
Anwendungen in Natur, Technik, Ökonomie, ...

Eine Kurve $u : [0, T] \to \mathbb{R}^n$ ist Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichung mit Vektorfeld $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ falls gilt

$$\frac{du(t)}{dt} = F(u(t)) \qquad \text{mit} \qquad u(0) = u_0 \in \mathbb{R}^n.$$

Beispiele

- Wachstumsmodelle

  Exponentielles Wachstum
  vs. logistisches Wachstum
  (beschränkte Ressourcen)

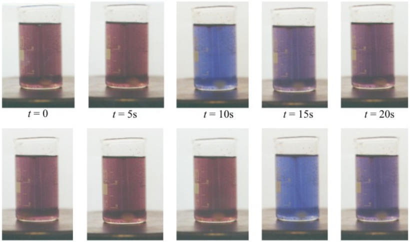
Beispiele

- Wachstumsmodelle
- Chemische Reaktionen

  Reaktion mit Oszillation:
  Brüsselator

$$
\begin{aligned}
A &\to X \\
2X + Y &\to 3X \\
B + X &\to Y + D \\
X &\to E
\end{aligned}
$$

Konzentration von A, B konstant


$t = 0$ $t = 5s$ $t = 10s$ $t = 15s$ $t = 20s$
$t = 25s$ $t = 30s$ $t = 35s$ $t = 40s$ $t = 45s$

Beispiele

- Wachstumsmodelle
- Chemische Reaktionen
- Räuber-Beute Modelle
  - Beute vermehrt sich und wird von Räubern gefressen
  - verwandtes Modell in Wirtschaft: *Schweinezyklus*

Beispiele

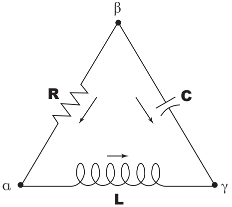
- Wachstumsmodelle
- Chemische Reaktionen
- Räuber-Beute Modelle
- Klassische Mechanik

  Herleitung Keplersche Gesetze

Beispiele

- Wachstumsmodelle
- Chemische Reaktionen
- Räuber-Beute Modelle
- Klassische Mechanik
- Elektrischer Schwingkreis

Schaltung aus Widerstand, Kondensator und Spule



Beispiele

- Wachstumsmodelle
- Chemische Reaktionen
- Räuber-Beute Modelle
- Klassische Mechanik
- Elektrischer Schwingkreis
- Lorenz-System

  Einfaches Wettermodell mit starker Parameterabhängigkeit

Beispiele

- Wachstumsmodelle
- Chemische Reaktionen
- Räuber-Beute Modelle
- Klassische Mechanik
- Elektrischer Schwingkreis
- Lorenz-System
- Klassische Variationsrechnung der Mechanik

Doppelpendel führt zu chaotischen Verhalten

Ablauf

Teil 1: Theoretische Grundlagen

- Lineare Systeme
- Phasendiagramme
- Dynamische Systeme

Ablauf

Teil 1: Theoretische Grundlagen

- Lineare Systeme
- Phasendiagramme
- Dynamische Systeme

Teil 2: abhängig von Anzahl und Interesse der Teilnehmer

Vertiefung der Theorie:

- Stabilität
- Verzweigung/Bifurkationen
- Satz von Poincaré-Bendixson

Anwendungen:

- Biologische Modelle
- Elektrische Schwingkreise
- Klassische Mechanik
- Lorenz-System

Organisatorisches

Voraussetzungen

Analysis 1 & Lineare Algebra 1

Literatur

M.W. Hirsch, S. Smale, R.L. Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems and an Introduction to Chaos*, Academic Press

Vorbesprechung mit Themenvergabe

am Dienstag, 3. Februar, 16-18 c.t. im Raum 2.040.

`http://www.iam.uni-bonn.de/abteilung-mathphys/teaching/`